– Chapitre 7 –
Introduction à la modélisation

(D'après D.Jacob, Harvard)

Equation de continuité

=> Caractérise l'évolution d'une espèce X

$$\frac{\partial[X]}{\partial t} = E_X - \nabla \bullet (\mathbf{U}[X]) + P_X - L_X - D_X$$

Changement de la concentration en fonction du temps

emission

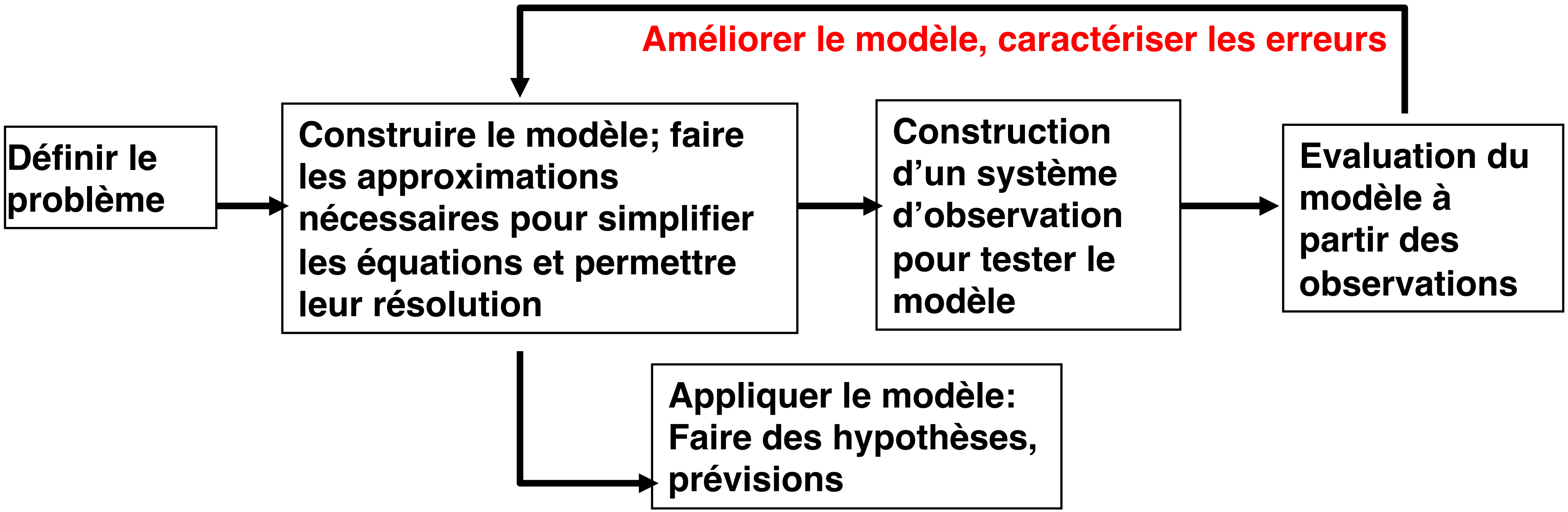
transport (U = vecteur vent)

Production et destruction chimique (dépend des concentrations d'autres espèces réagissant avec X)

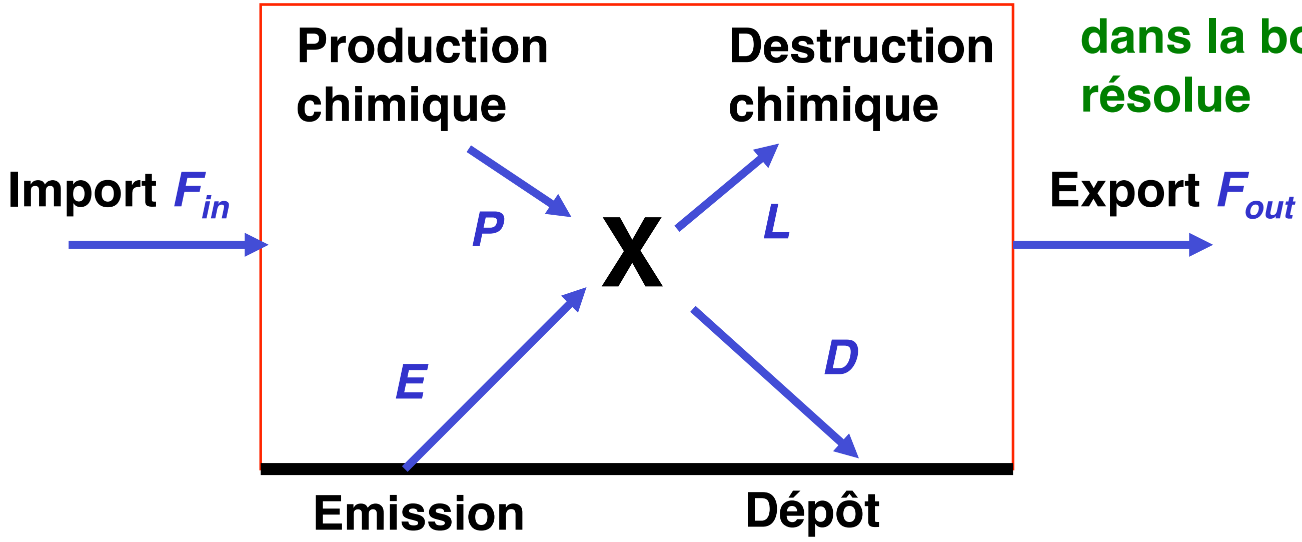
dépôt

Cette équation ne peut pas être résolue de manière exact => construction d'un modèle (représentation simplifiée d'un système complexe)

Construction d’un modèle: démarche générale



Modèle à une boîte (« box model »)



“Boîte” atmosphérique; distribution spatiale de X dans la boîte n’est pas résolue

Conservation de la masse
$$\frac{dm}{dt} = \sum sources - \sum puits = F_{in} + E + P - F_{out} - L - D$$

Temps de vie atmosphérique $\tau = \dfrac{m}{F_{out} + L + D}$ Fraction perdue par export $f = \dfrac{F_{out}}{F_{out} + L + D}$

Les temps de vie s’ajoutent en parallèle
$$\frac{1}{\tau} = \frac{F_{out}}{m} + \frac{L}{m} + \frac{D}{m} = \frac{1}{\tau_{export}} + \frac{1}{\tau_{chem}} + \frac{1}{\tau_{dep}}$$

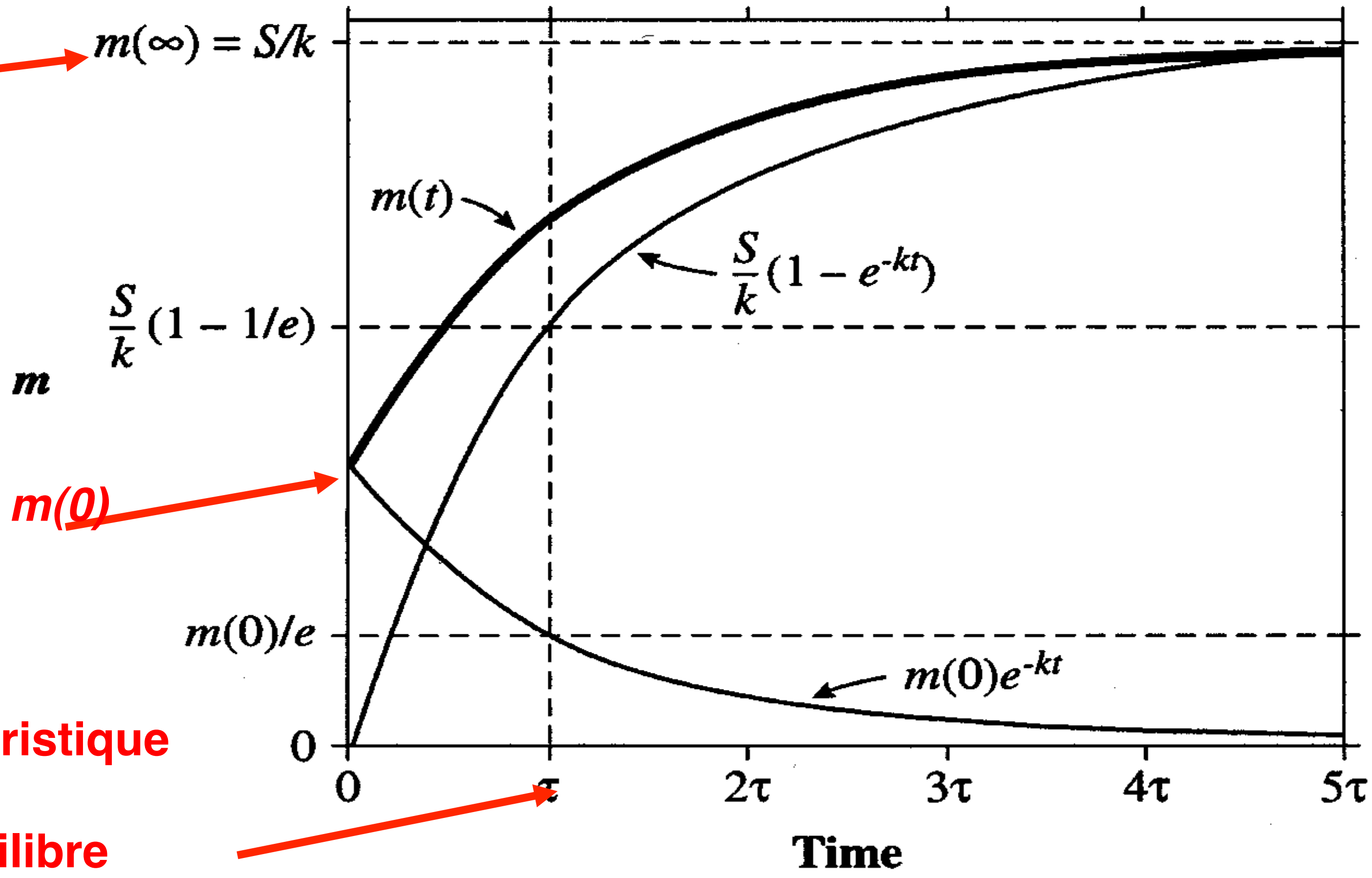
Les constantes s’ajoutent en série: $k = \dfrac{1}{\tau} = k_{export} + k_{chem} + k_{dep}$

Exemple: espèce avec une source constante et un puits du 1er ordre

$$\frac{dm}{dt} = S - km \quad \Rightarrow \quad m(t) = m(0)e^{-kt} + \frac{S}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

Solution à l'équilibre (*dm/dt = 0)*

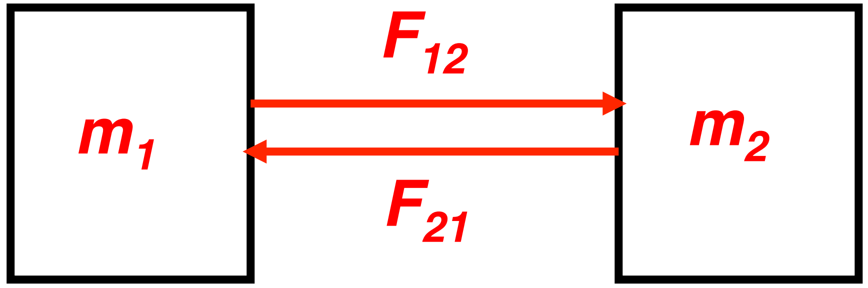
Condition initiale *m(0)*



Temps characteristique
$\tau = 1/k$ *pour*
- **atteindre l'équilibre**
- **diminution exp des conditions initales**

Si *S, k* constantes pendant $t \gg \tau$, alos $dm/dt \rightarrow 0$ et $m \rightarrow$ *S/k:* quasi steady state

Modèle à deux boîte => définit le gradient entre deux régions



Equation d'équilibre

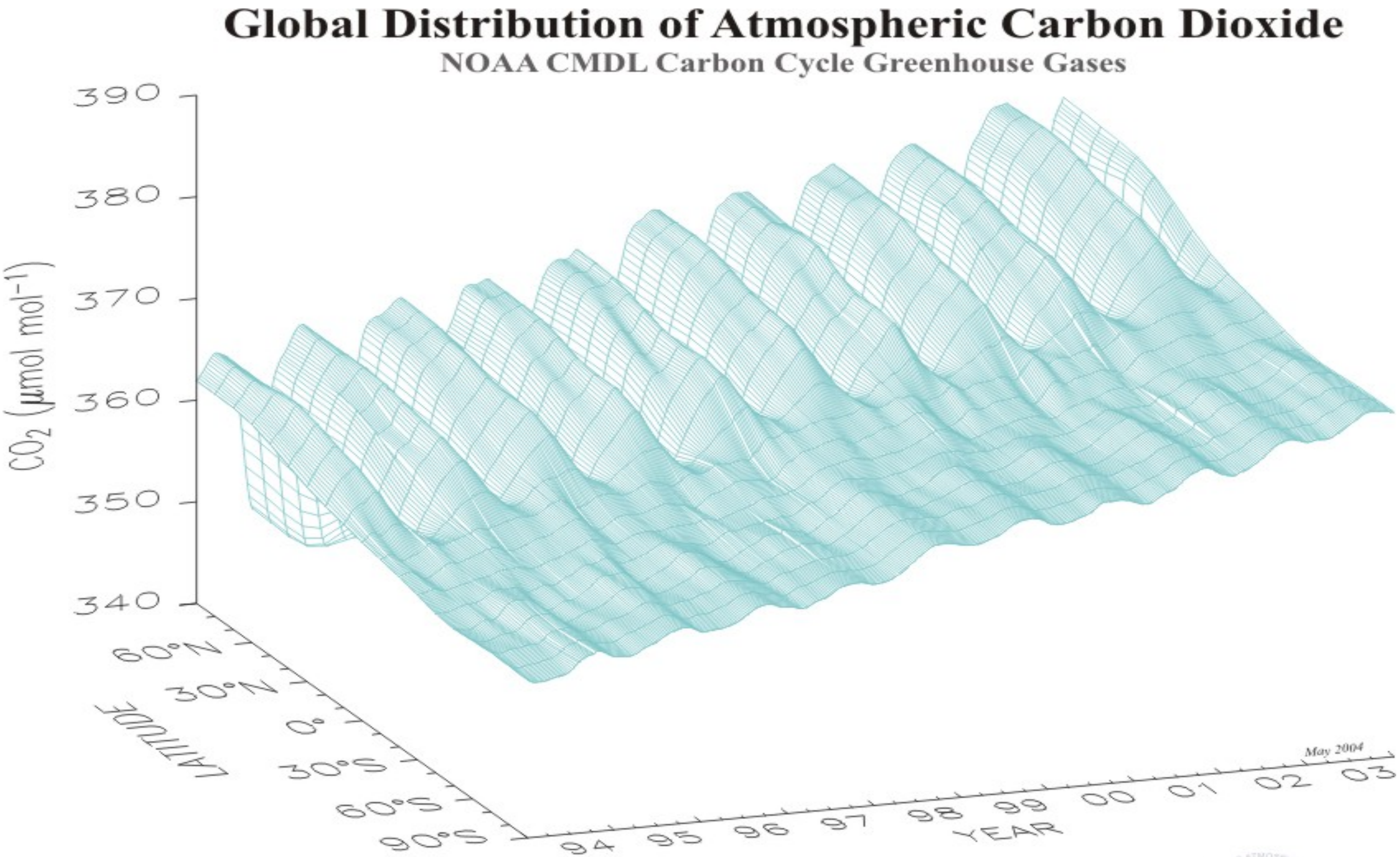
$$\frac{dm_1}{dt} = E_1 + P_1 - L_1 - D_1 - F_{12} + F_{21}$$

(équation similaire pour *dm_2/dt*)

Si l'échange de masse est du 1er ordre entre les boîtes:

$$\frac{dm_1}{dt} = E_1 + P_1 - L_1 - D_1 - k_{12}m_1 + k_{21}m_2$$

⇨ Système à deux équations différentielles (ou algébriques si le système est supposé à l'équilibre)

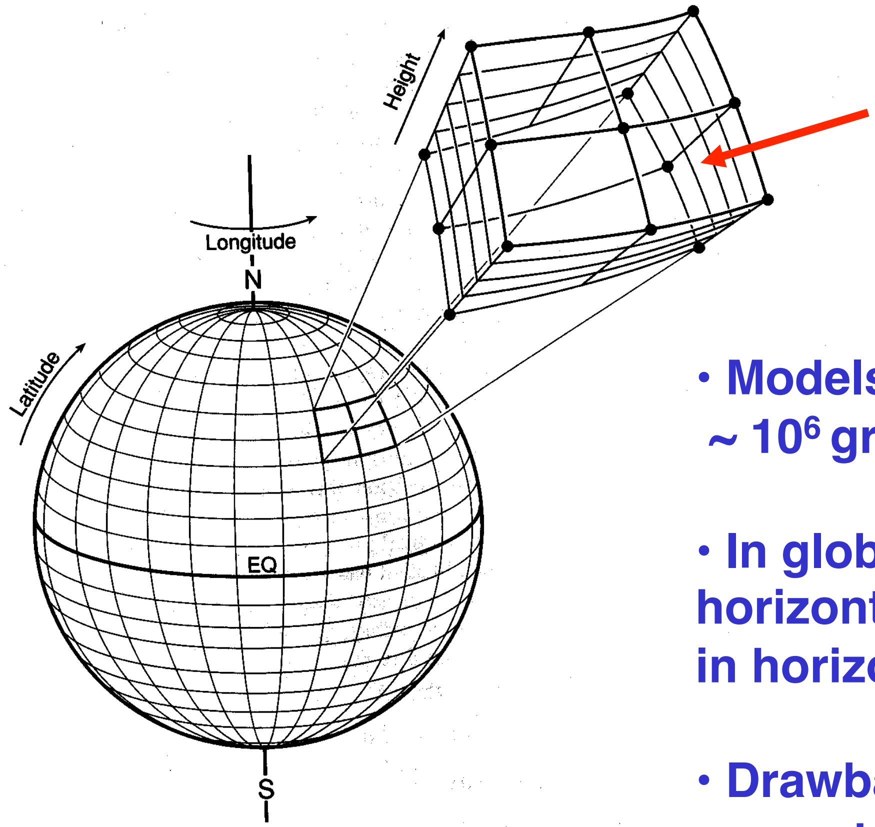


Three dimensional representation of the latitudinal distribution of atmospheric carbon dioxide in the marine boundary layer. Data from the NOAA CMDL cooperative air sampling network were used. The surface represents data smoothed in time and latitude. Principal investigators: Pieter Tans and Thomas Conway, NOAA CMDL Carbon Cycle Greenhouse Gases, Boulder, Colorado, (303) 497-6678 (pieter.tans@noaa.gov, http://www.cmdl.noaa.gov/ccgg).

Illustrates long time scale for interhemispheric exchange; can use 2-box model to place constraints on sources/sinks in each hemisphere

Modèle Eulérien
=> Résolution de l'équilibre des masses avec un assemblage 3D de boîtes (mailles)

On utilise alors une approximation des différences finies de l'équation de continuité (cf. cours modélisation)



Solve continuity equation for individual gridboxes

- **Models can presently afford ~ 10^6 gridboxes**

- **In global models, this implies a horizontal resolution of 100-500 km in horizontal and ~ 1 km in vertical**

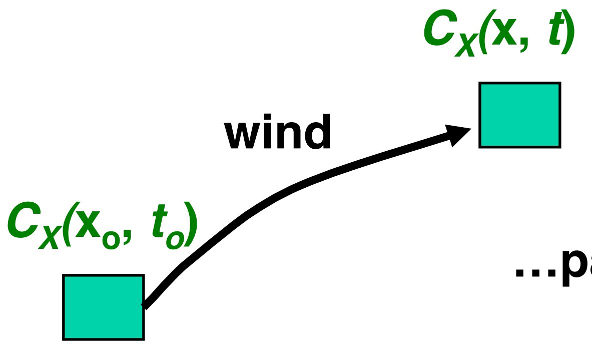
- **Drawbacks: "numerical diffusion", computational expense**

La description précise de l'évolution d'un panache nécessite un nombre élevé de mailles

Panaches de feux au-dessus du Sud de la Californie, 25 Oct. 2003

Un modèle lagrangien peu alors fournir une bonne alternative

Modèle Lagrangien: on suit la masse d'air au cours du transport

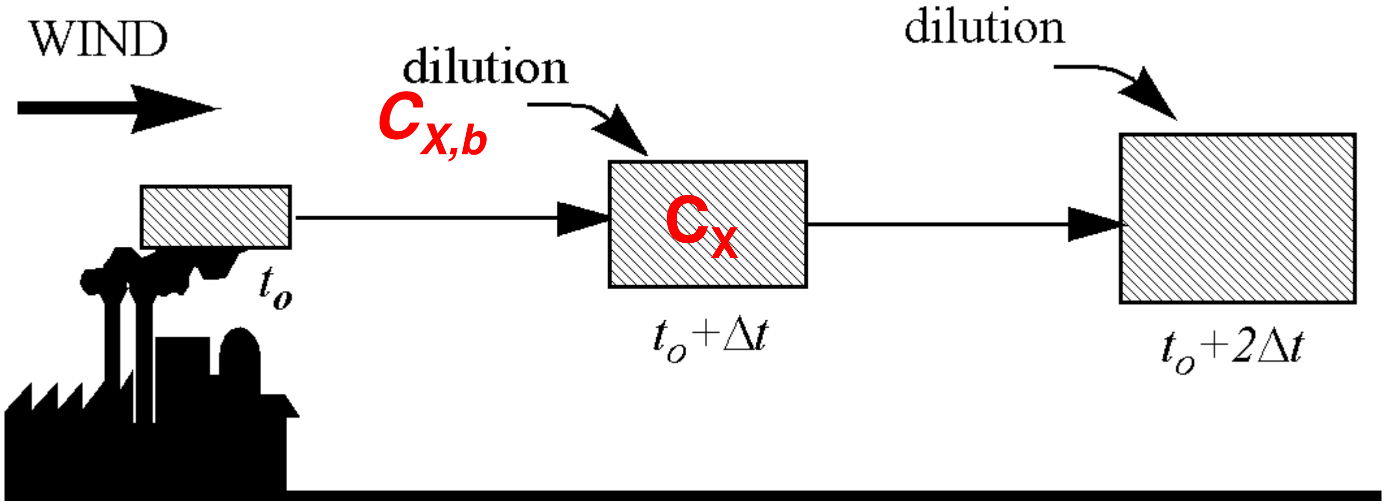


Au cours du transport

$$\frac{dC_X}{dt} = E + P - L - D$$

…pas de terme de transport! (implicites dans la trajectoire)

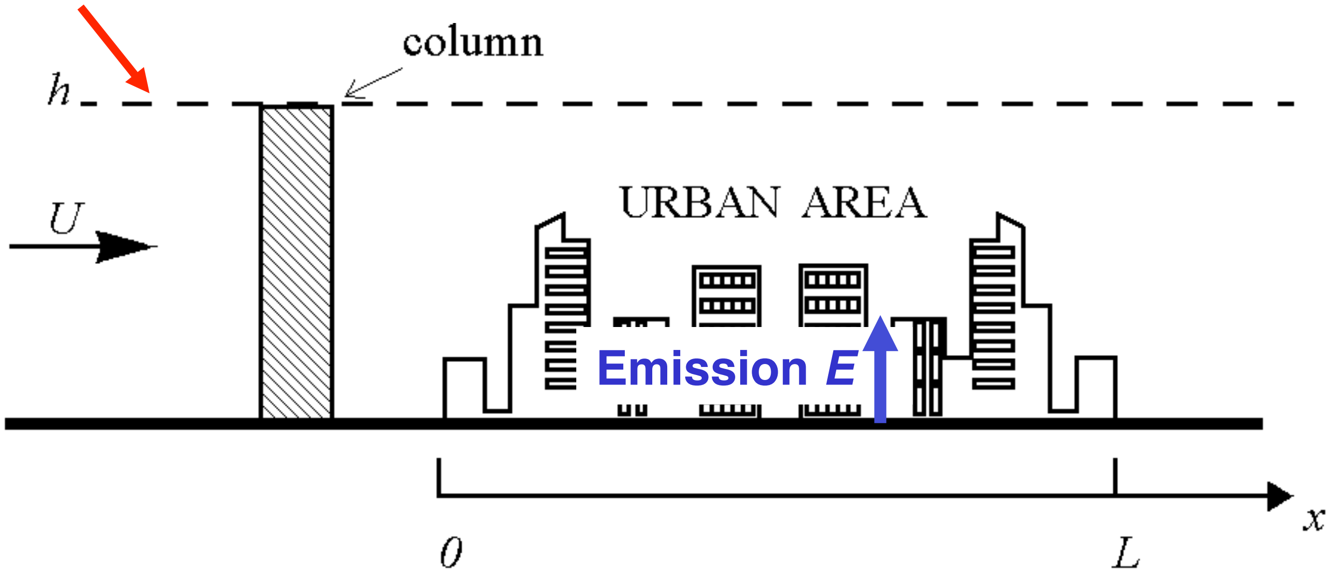
Application à l'évolution de panaches isolés:



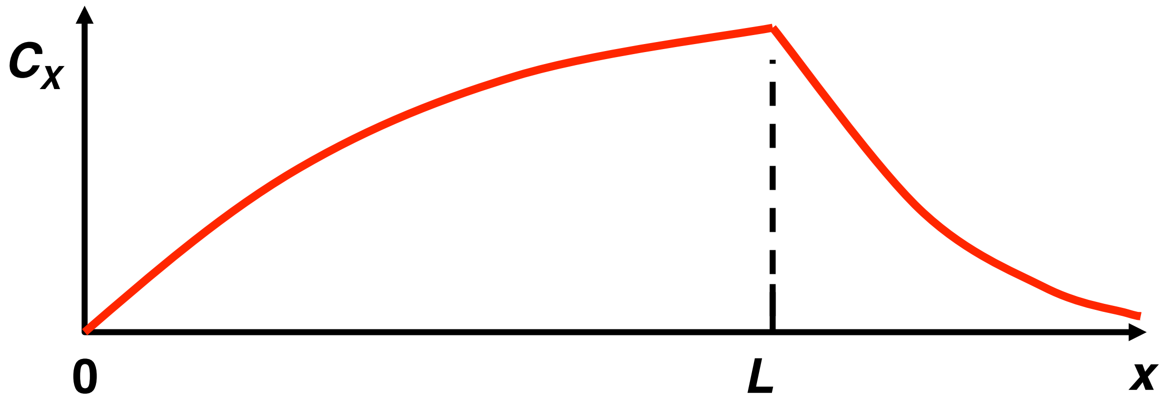
Dans le panache, $$\frac{dC_X}{dt} = E + P - L - D - k_{dilution}\left(C_X - C_{X,background}\right)$$

Modèle en colonne: transport à travers une agglomération

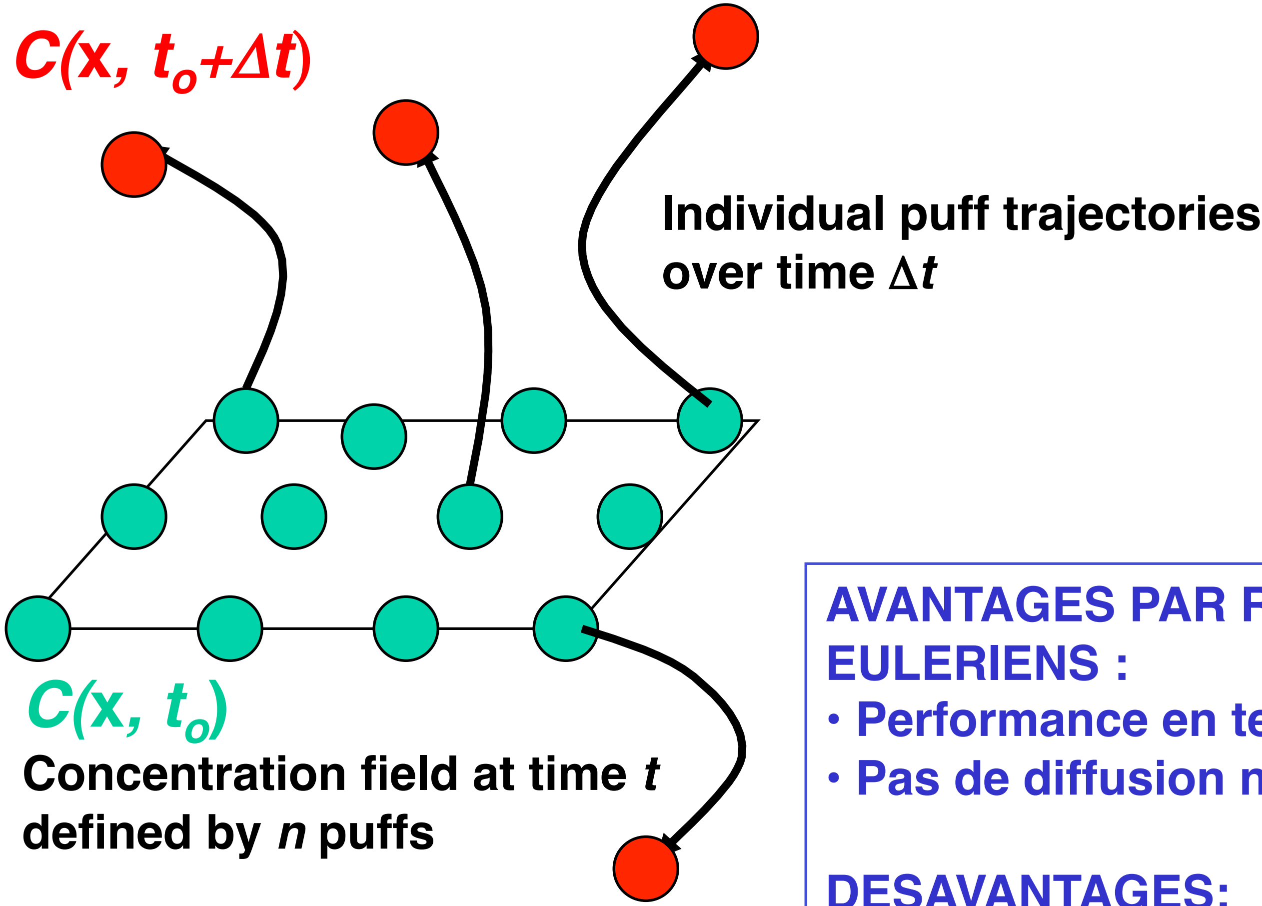
Inversion de temperature
(définit la hauteur de mélange)



Dans la colonne traversant la ville: $$\frac{dC_X}{dx} = \frac{E}{Uh} - \frac{k}{U} C_X$$



Modèles Lagrangiens actuellement utilisés suivent de nombreux panaches



AVANTAGES PAR RAPPORT AUX MODELES EULERIENS :

- Performance en termes de temps de calcul
- Pas de diffusion numérique

DESAVANTAGES:

- Pas de mélange entre les panaches → pas de processus nonlinéaires
- La couverture spatiale par les panaches peut être innapropriée